Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Institut für Informatik und Praktische Mathematik

Dr. E. Hotzel

Dipl. Inf. K. Stahl · Dipl. Inf. K. Baukus

Informatik IV

Sommersemester 1999 — 28. Juni 1999

Serie 10

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß das Wortproblem für kontextsensitive Grammatiken entscheidbar ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei T Menge der Turing-Maschinen mit dem Eingabealphabet $\{a, b\}$. Betrachte die Entscheidungsprobleme $\underline{P}_1 = (T, P_1)$ und $\underline{P}_2 = (T, P_2)$ mit:

- $P_1 =$ Menge der Turing-Maschinen, die für alle Eingaben aus $\{a, b\}^*$ stoppen
- $P_2 =$ Menge der Turing-Maschinen, die bei Eingabe a^{17} stoppen

Zeigen Sie durch geeignete Reduktionen (ohne Rückgriff auf den Satz von Rice), daß $\underline{P}_1$ und $\underline{P}_2$ unentscheidbar sind.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Wir betrachten Turing-Maschinen über dem Eingabealphabet $\{a\}$. Diese Turing-Maschinen seien wie in der Vorlesung durch Wörter über $\{a, b\}$ kodiert, und $\mathcal{A}_i$ sei die in der kanonischen Reihenfolge der Kodewörter i-te Turing-Maschine, welche eine totale Funktion $f : \{a\}^* \to \{a\}^*$ berechnet. Die Funktion $F : \{a\}^* \times \{a\}^* \to \{a\}^*$ sei nun definiert durch $F(a^i, a^j) =$ Ausgabe von $\mathcal{A}_i$ bei Eingabe a^j.
Zeigen Sie durch Anwendung eines Diagonalschlusses, daß F nicht Turing-berechenbar ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Der folgende "Beweis" zeigt, daß die Church-Turing-These nicht zutreffen kann.
Sei $\mathcal{A}_0, \mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \ldots$ eine Liste aller DTM's über $\Sigma = \{a\}$ (etwa aufgebaut anhand der kanonischen Reihenfolge der Kodewörter der DTM's). f_i sei die durch $\mathcal{A}_i$ berechnete einstellige Funktion über $\{a\}^*$. Die Funktion $f : \{a\}^* \to \{a\}^*$ sei definiert durch

$$f(a^i) = \begin{cases} \varepsilon \text{ falls } f_i(a^i) \neq \varepsilon \\ a \text{ falls } f_i(a^i) = \varepsilon \end{cases} .$$

f ist offensichtlich berechenbar, somit nach der angenommenen Church-Turing-These auch berechenbar durch eine DTM $\mathcal{A}_{i_0}$. Es gilt dann $f = f_{i_0}$. Somit $f_i(a^i) = \varepsilon \Leftrightarrow f_{i_0}(a^i) \neq \varepsilon$ für alle $i \geq 0$, woraus sich für $i = i_0$ eine Widerspruch ergibt.
Wo steckt der Fehler?

Ausgabe: 29. Juni 1999
Abgabe: 6. Juli 1999, **bis 10.30 Uhr im Schrein!!!**
Serie 11 liegt ab Dienstag morgen (6. Juli) neben dem Schrein im Institut für Informatik I aus.