



Informatik IV

Sommersemester 1999

Serie 12*

12. Juli 1999

Aufgabe 1

(4 Punkte)

- (a) Sei L eine reguläre Sprache und $h : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ ein Homomorphismus (d.h. eine Funktion $h : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ derart, daß $h(\varepsilon) = \varepsilon$ und für alle $u, v \in \Sigma^*$ gilt: $h(u \cdot v) = h(u) \cdot h(v)$). Zeigen Sie, daß $h(L)$ regulär ist.
- (b) Zeige oder widerlege: Für alle regulären Sprachen L ist $h^*(L)$ regulär mit

$$h^*(L) \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{i \geq 0} h^i(L) .$$

Aufgabe 2

(5 Punkte)

In dieser Aufgabe wird gezeigt, daß es kontextfreie Sprachen gibt, die nicht linear sind. Lineare Sprachen werden von Grammatiken erzeugt, die nur Regeln der Form $A \rightarrow w_1 B w_2$, $A \rightarrow w$ haben, wo wie immer nur $S \rightarrow \varepsilon$ erlaubt ist. Zeigen Sie hierzu:

- (a) Jede lineare Sprache kann von einer Grammatik mit Regeln der folgenden Form erzeugt werden: $A \rightarrow aB$, $A \rightarrow Bc$, $A \rightarrow a$ (und evtl. $S \rightarrow \varepsilon$).
- (b) Ist G eine lineare Grammatik, so existiert ein n , so daß für alle $z \in L(G)$ mit $|z| \geq n$ gilt: Es gibt $u, v, w, x, y \in \Sigma^*$, $vx \neq \varepsilon$, $|uvxy| \leq n$, $uv^iwx^iy \in L(G)$ für $i \geq 0$.
- (c) Die Sprache $\{a^i b^i a^j b^j \mid i, j \geq 0\}$ ist kontextfrei, aber nicht linear.

Aufgabe 3

(5 Punkte)

Sprachen, die durch einen DPDA akzeptiert werden (mit Endzuständen), heißen deterministisch kontextfrei. Sei L deterministisch kontextfrei und R regulär. Zeigen Sie, daß $L \cdot R$ deterministisch kontextfrei ist. Die notwendige Konstruktion und Erläuterung der wichtigsten Fälle ist ausreichend (vollständiger Beweis nicht notwendig).

Aufgabe 4

(5 Punkte)

Ein Zwei-Keller-PDA geht aus einem PDA durch Hinzufügen eines weiteren Kellers hervor; das Kelleralphabet und das Kellerstartsymbol werde für beide Keller benutzt. Eine Transition hat also die Form

$$(q, a/\varepsilon, Y, Z, \lambda, \delta, q'),$$

sie besagt, daß der Automat im Zustand q nach dem Lesen von a bzw. ε in q' übergeht und die beiden oberen Kellerbandinschriften Y und Z durch λ und δ ersetzt werden.

Das Akzeptieren von Wörtern wird wie bei PDA's definiert: Ein Wort w wird genau dann akzeptiert, wenn $(q_0, w, Z_0, Z_0) \vdash (q, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon)$ für ein $q \in Q$ gilt.

Zeigen Sie: Wird eine Sprache L von einer Turing-Maschine erkannt, so auch von einem Zwei-Keller-PDA.

Aufgabe 5

(4 Punkte)

Diese Aufgabe soll zeigen, daß es Turing-entscheidbare Sprachen gibt, die nicht kontextsensitiv sind. Hinweis: Betrachten Sie die Aufzählung aller kontextsensitiven Grammatiken und verwenden Sie Diagonalisierung.

Ausgabe: 13. Juli 1999

Abgabe: 20. Juli 1999, bis 10.30 Uhr *im Schreiben*