Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Sommersemester 1999
Theorembeweisen

Übung 5:

Ausgabetermin: 27. Mai 1999

Abgabe: 3. Juni 1999

Aufgabe 1: [Substitution]

Seien σ und τ Substitutionen und φ eine prädikatenlogische Formel einer gegebenen Sprache erster Ordnung $\mathcal{L}$. Falls σ frei ist für φ und τ frei für $\varphi\sigma$, dann gilt: $(\varphi\sigma)\tau = (\varphi)\sigma\tau$.

Aufgabe 2: [Alternative Konsistenzeigenschaft]

Zeigen Sie: eine *alternative Konsistenzeigenschaft* kann zu einer von endlichem Charakter erweitert werden. Warum funktioniert der Erweiterung bei der „nicht-alternativen" Definition der Konsistenzeigenschaft nicht?[1]

Aufgabe 3: [Konsistenzeigenschaft]

Vervollständigen Sie den Beweis der Kompaktheit aus der Vorlesung. Das fehlende Glied war folgende Behauptung:

Gegeben sei S als eine Menge von Sätzen über einer Sprache $\mathcal{L}$. Die Klasse $\mathcal{C}$ über $\mathcal{L}^{par}$, also eine Klasse von Mengen von geschlossenen Formeln über $\mathcal{L}^{par}$ sei definiert wie folgt: $W \in \mathcal{C}$ falls

1. jede endliche Teilmenge von W ist erfüllbar und
2. unendlich viele Parameter tauchen nicht in W auf.

Zeigen Sie: $\mathcal{C}$ ist eine *Konsistenzeigenschaft.*

[1] Zur Erinnerung: von endlichem Charakter ist $\mathcal{C}$ wenn gilt $S \in \mathcal{C}$ genau dann wenn jede endliche Teilmenge S' von S in $\mathcal{C}$.