Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Institut für Informatik und Praktische Mathematik
Prof. Dr. W.-P. de Roever
Martin Steffen

Algorithmen & Datenstrukturen

Wintersemester 2002/2003 **Serie 3** 12. November 2002

Thema : **Quicksort, Divide & Conquer**

Ausgabetermin: 12. November 2002

Abgabe: 21. November 2002

Aufgabe 1 (Quicksort) Schauen Sie ich den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus und seine Invarianten an; er ist auf dem Zettel nochmals abgedruckt. Beantworten und begründen Sie dann folgenden Fragen:

- Kann es passieren, daß bei Abbruch des Algorithmus $i = j$? Ist in diesem Fall das Ergebnis korrekt?
- Gibt es einen Grund, daß die beiden until-Schleifen auf $\leq$ bzw. $\geq$ testen und nicht auf $<$ bzw. $>$? Nennen Sie den Grund oder begründen sie, daß der Algorihmus genausogut anders funktionieren würde.

```
Quicksort(A,p,r)
if  p < r
    then   q := Partition(A,p,r)
           Quicksort(A,p,q);
           Quicksort(A,q+1,r);
```

```
Partition(A,p,r)                          /* p <= r          */
  x := A[p];
  i := p-1;
  j := r+1;

  while true                              /* invariant I_2   */
  do      repeat j := j-1
            until A[j] <= x;              /* non-strict comp. */
          repeat i := i+1
            until A[i] >= x;
          if    i < j                     /* invariant I_1   */
          then exchange A[i] <-> A[j]     /* invariant I_2   */
          else return   j;                /* j <= i          */
  od;
```

Aufgabe 2 (Quicksort: Endrekursion und Iteration) Rekursion ist ein mächtiges und elegantes Mittel zur Problemlösung. Rekursive Aufrufe führen in der Implentierung jedoch zu einem gewissen Overhead, der durch die Parameterübergabe und die Stack-Datenstruktur des Laufzeitsystems entsteht. Ein *iterativer* Algorithmus benutzt anstelle von rekursiven Aufrufen wie bei Divide & Conquer, *Schleifen* zum Durchlaufen einer Datenstruktur und kommt somit ohne den Overhead des Prozeduraufrufs auf.

- *Quicksort* als Beispiel eines Divide-and-Conquer Algorithmusses ist *rekursiv* definiert, für die linke Teilsequenz und danach für die rechte Teilsequenz. Der Rumpf von Quicksort ist mit dem zweiten rekursiven Aufruf für die rechte Teilsequenz *beendet.* Diese spezielle Form des rekursiven Aufrufs ist die sogenannte *Endrekursion* (*tail recursion*). Endrekursive Aufrufe lassen sich einfach iterativ, also mittels expliziter Schleifen lösen.[1]

  Ändern Sie den in der Vorlesung vorgestellten Quicksort-Algorithmus so, daß der zweite, endrekursive Aufruf vermieden wird. Erkläutern Sie informell, wie sich allgemein ein endrekursiver Algorithmus in eine iterative Form bringen läßt.

- Programmieren Sie eine rein iterative Variante des Quicksort-Algorithmus.

Aufgabe 3 (Divide and Conquer) Gegeben sei eine Sequenz $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ ganzer Zahlen. Bestimmen sie eine Teilfolge $(a_i, \ldots, a_j)$ mit $1 \leq i \leq j \leq n$, sodaß die Summe $\sum_{k=i}^{j} a_k$ maximal ist, d.h.,

$$\sum_{k=i}^{j} a_k \geq \sum_{k'=i'}^{j'} a_{k'}$$

für alle $1 \leq i' \leq j' \leq n$. Lösen Sie das Problem mittels eines *Divide & Conquer*-Ansatzes.

[1] In der Tat sind Compiler in der Lage, Endrekursion zu erkennen und sie automatisch in eine Iteration aufzulösen. Wegen der Verwandschaft von Iteration und Prozeduren die ausschließlich Endrekursion verwenden, findet man manchmal auch endrekursive Algorithmen als iterativ bezeichnet.