Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Wintersemester '97/98
Hybride und Echtzeitsysteme

Übungsblatt 2

Abgabe: Montag, 24. 11. 97

Aufgabe 1:

Zeigen Sie, daß die durch Zeitautomaten erkennbaren Sprachen unter *Schnitt* abgeschlossen sind.

Aufgabe 2:

Sei $\mathcal{A}$ ein Zeitautomat und m die maximale Konstante, die in $\mathcal{A}$ auftaucht. Sei weiter $\alpha = (a_i, t_i)_{i\in\omega} \in \mathcal{L}(\mathcal{A})$ und $j \in \omega$. Wenn $t_{j+1} > t_j + m$, dann existiert für jedes $t > t_j$ ein Zeitwort $(a_1, t_1)(a_2, t_2)\dots(a_j, t_j)(a_{j+1}, t)\alpha' \in \mathcal{L}(\mathcal{A})$.

Zur Beweis können sie folgende Definition verwenden: zwei Auswertungen sind bezüglich einer Konstanten m äquivalent, wenn sie für alle Variablen die gleichen Werte oder Werte größer als m liefert. Genauer: sei für ein gegebenes $m \in \omega$ die folgende Relation auf Auswertungen definiert:

$$\nu \equiv_m \nu' \text{ genau dann wenn für alle } x \text{ gilt: } \nu(x) > m \text{ und } \nu'(x) > m, \text{ oder } \nu(x) = \nu'(x)$$

Es läßt sich zeigen, daß Constraints, die nur Konstanten $< m$ verwenden, nicht zwischen $\equiv_m$-äquivalenten Auswertungen unterscheiden können, das heißt, für alle derartige Constraints f gilt $\nu \models f$ genau dann wenn $\nu' \models f$ (wobei $\nu \equiv_m \nu'$).

Aufgabe 3:

Sie das Alphabet $\Sigma = \{a\}$ festgelegt. Zeigen Sie: es gibt keinen Zeitautomaten, der die Sprache $L = \{(\sigma, \tau) \mid (\sigma, \tau) = (a_i, t_i)_{i\in\omega} \text{ ein Zeitwort mit } t_i \in \omega\}$ erkennt, also a's genau zu natürlichzahligen Zeitpunkten liest. Verwenden Sie die vorangegangene Aufgabe als Lemma.